Teoría 1er cuatrimestre
Algebra Lineal Grupo B

1) Demostrar la siguiente proposición:
Si en un sistema de ecuaciones lineales se intercambian dos ecuaciones, se multiplica una ecuación por un elemento no nulo del cuerpo o se suma a una ecuación otra multiplicada por un elemento del cuerpo, se obtiene un sistema de ecuaciones equivalente.

2) Demostrar la siguiente proposición:
Dado un sistema de ecuaciones lineales con matriz ampliada $(A|B)$, si H es la forma normal de Hermite por filas de $(A|B)$, entonces el sistema cuya matriz ampliada es H es un sistema escalonado reducido equivalente al de partida.

3) Teorema de caracterización de las matrices invertibles.
Sea A una matriz cuadrada de orden n. Comprobar que las condiciones siguientes son equivalentes.

a) A es invertible
b) Si B es una matriz tal que $BA=0$ entonces $B=0$
c) rango $A=n$
d) La forma de Hermite por filas de A es la identidad
e) A es un producto de matrices elementales.

4) Comprobar la siguiente equivalencia:
Una matriz cuadrada A es regular si y solo si $\det(A) \neq 0$.

5) Demostrar la siguiente proposición:

Si A es una matriz cuadrada de orden 3 con coeficientes en K y A^* la matriz adjunta de A. Comprobar la siguiente igualdad

$$A \cdot A^{*'} = (\det A) \cdot I_3$$

6) Sea V un espacio vectorial. Comprobar la siguiente afirmación:

Si $\{v_1, \dots v_m\}$ es linealmente independiente y $\{u_1, \dots u_s\}$ es un sistema de generadores de V, entonces $m \leq s$

7) Demostrar la siguiente proposición:

En un espacio vectorial no nulo, de cada sistema de generadores finito se puede extraer una base.